

Total No. of printed pages = 23

3 (Sem-1) MAT-HG/RC-1

2019

MATHEMATICS

(Honours Generic/Regular)

Paper : MAT-HG-1016/MAT-RC-1016

Full Marks – 80

Time – Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer either in English or in Assamese.

ইংৰাজী অথবা অসমীয়াত উত্তৰ কৰিবা।

1. Answer the following questions : $1 \times 10 = 10$

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়াঁ :

(a) Find the value of $\cos 1740^\circ$.

$\cos 1740^\circ$ ৰ মান উলিওৱা।

(b) Write the equation which shifted the graph of the equation $x^2 + y^2 = 25$ into 3 units up and 4 units left.

$x^2 + y^2 = 25$ সমীকৰণৰ লেখটোক 3 একক ওপৰলৈ আৰু 4 একক বাওঁফালে স্থানান্তৰ কৰা সমীকৰণটো উলিওৱা।

[Turn over

(c) State whether the following statement is true or false :

“The domain of the function

$$f(x) = x^{\frac{1}{3}} \text{ is } (-\infty, \infty)”$$

তলৰ উক্তিটো সচাঁ নে মিছা লিখা :

$$“f(x) = x^{\frac{1}{3}} \text{ ফলনটোৰ আদিক্ষেত্র } (-\infty, \infty)”$$

(d) If $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2$, then find the value of

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[3]{6 + f(x)} .$$

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2$ হলে $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[3]{6 + f(x)}$ -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(e) If the function $f(x) = \begin{cases} 7x - 2, & x \leq 1 \\ kx^2, & x > 1 \end{cases}$

is continuous everywhere then find the value of k.

$$f(x) = \begin{cases} 7x - 2, & x \leq 1 \\ kx^2, & x > 1 \end{cases} \text{ ফলনটো সদায়েই অবিচ্ছিন্ন}$$

হ'লে k ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(f) What is the nth derivative of x^{n-1} ?

x^{n-1} ৰ nতম অবকলজটো কি ?

(g) Write the range of $\arctan x$.

$\arctan x$ ৰ পৰিসৰ লিখা।

(h) State Euler's theorem on homogeneous function.

সুষম ফলনৰ ইউলাৰৰ উপপাদ্যটোৰ উক্তি লিখা।

(i) Write the Maclaurin series for e^x .

e^x ৰ মেক্লেৰিন শ্ৰেণীটো লিখা।

(j) State whether the following statement is true or false :

“If $f'(x) = g'(x), \forall x \in (a, b)$ then $f - g$ is a constant function”.

তলৰ উক্তিটো সচাঁ নে মিছা লিখা :

“ $f'(x) = g'(x), \forall x \in (a, b)$ হ'লে $f - g$ এটা ধ্ৰুবক বাশি।”

2. Answer the following questions : $2 \times 5 = 10$

তলৰ প্রশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়াঁ :

(a) Draw the graph of $f(x) = \begin{cases} x & , 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & , 1 < x \leq 2 \end{cases}$

$f(x) = \begin{cases} x & , 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & , 1 < x \leq 2 \end{cases}$ ফলনটোৰ লেখ আঁকা।

(b) Find the n th derivative of e^{ax} .

e^{ax} ৰ n তম অবকলজটো উলিওঁৱা।

(c) If $f'(x) = x(x-1)$, then on what interval the function f is decreasing?

যদি $f'(x) = x(x-1)$ হয় তেন্তে কি অন্তৰালত f ফলনটো হ্রাসমান হব?

(d) Prove that $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$.

প্রমাণ কৰা যে $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$.

7/3 (Sem-1) MAT-HG/RC-1 (4)

(e) If $v = x^2 + y^2 + z^2$, then prove that

$$x \frac{\partial v}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial y} + z \frac{\partial v}{\partial z} = 2v.$$

যদি $v = x^2 + y^2 + z^2$ হয় তেন্তে প্রমাণ কৰা যে

$$x \frac{\partial v}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial y} + z \frac{\partial v}{\partial z} = 2v.$$

3. Answer any four questions : $5 \times 4 = 20$

যিকোনো চাৰিটা প্রশ্নৰ উত্তৰ দিয়াঁ :

(a) For any angle θ , measured in radians, prove that

$$-|\theta| \leq \sin \theta \leq |\theta| \quad \text{and} \quad -|\theta| \leq 1 - \cos \theta \leq |\theta|$$

θ ৰেডিয়ান জোখৰ যিকোনো কোণৰ বাবে প্রমাণ কৰা যে :

$$-|\theta| \leq \sin \theta \leq |\theta| \quad \text{আৰু} \quad -|\theta| \leq 1 - \cos \theta \leq |\theta|$$

(b) Prove by analytical method $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

বিশ্লেষণাত্মক পদ্ধতিৰে প্রমাণ কৰা যে $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

7/3 (Sem-1) MAT-HG/RC-1 (5)

[Turn over]

(c) State and prove Rolle's theorem.

ব'লৰ উপপাদ্যটোৰ উক্তি লিখি প্ৰমাণ কৰা।

(d) If $y = e^{a \sin^{-1} x}$ then show that

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2+a^2)y_n = 0.$$

$y = e^{a \sin^{-1} x}$ হ'লে দেখুউৱা যে

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2+a^2)y_n = 0.$$

(e) If three resistors R_1 , R_2 and R_3 are connected in parallel, the total resistance R is determined by the equation :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

(i) What is $\frac{\partial R}{\partial R_1}$?

(ii) Suppose that R_1 , R_2 and R_3 are variable resistors. How fast is R changing with respect to R_1 when $R_1=100$ ohms, $R_2=200$ ohms and $R_3=300$ ohms ?

সমান্তৰালভাৱে সংযোজিত তিনিটা ৰোধ R_1 , R_2 আৰু R_3 ৰ লব্ধ বল R এ তলৰ সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

(i) $\frac{\partial R}{\partial R_1}$ য়ে কি অৰ্থ প্ৰকাশ কৰে ?

(ii) যদি R_1 , R_2 আৰু R_3 তিনিটা চলমান ৰোধ হয়, তেন্তে R_1 সাপেক্ষে R ৰ পৰিৱৰ্তনৰ হাৰ নিৰ্ণয় কৰা যেতিয়া $R_1=100$ ohms, $R_2=200$ ohms আৰু $R_3=300$ ohms.

(f) If $f(x,y) = \sqrt{y+1} + \log(x^2 - y)$ find $f(e, 0)$ and sketch the domain of f .

যদি $f(x,y) = \sqrt{y+1} + \log(x^2 - y)$ তেন্তে $f(e, 0)$ ৰ মান উলিওৱা। লগতে f ৰ আদিক্ষেত্ৰৰ নক্সা তৈয়াৰ কৰা।

4. Answer either (a) and (b) or (c) and (d) :

(a) আৰু (b) বা (c) আৰু (d) অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Prove that

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

Hence deduce that $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$$5+1=6$$

প্রমাণ কৰা যে,

$$\cos(A - B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B. \text{ ইয়াৰ}$$

পৰা দেখুওৱা যে $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$.

(b) In the triangle ABC, $a = 2$ units, $b = 3$ units and $\angle C = 60^\circ$. Find the value of $\sin B$. 4

ABC ত্ৰিভুজত $a = 2$ একক, $b = 3$ একক আৰু $\angle C = 60^\circ$. $\sin B$ ৰ মান উলিওৱা।

(c) Prove that $\int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \left(\frac{u}{a} \right) + c$.

Hence find the value of $\int \frac{dx}{4x^2 + 4x + 2}$
 $4 + 2 = 6$

প্রমাণ কৰা যে $\int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \left(\frac{u}{a} \right) + c$.

ইয়াৰ পৰা $\int \frac{dx}{4x^2 + 4x + 2}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(d) Consider the function $f(x) = 2x^2 + 3x + 4$.
Find the function which :

- shifts the graph of f three units up.
- shifts the graph of f one unit to the left.

(iii) stretches the graph of f vertically by a factor 2.

(iv) compresses the graph of f horizontally by a factor 3.

$f(x) = 2x^2 + 3x + 4$ হ'লে, তলৰ ফলন কেইটা নিৰ্ণয় কৰা :

(i) f ফলনটোৰ লেখটোক তিনি একক ওপৰলৈ স্থানান্তৰ কৰা।

(ii) f ফলনটোৰ লেখটোক এক একক বাওঁফালে স্থানান্তৰ কৰা।

(iii) f ফলনটোৰ লেখটোক দুই গুণ উলম্ব ভাবে প্রসাৰিত কৰা।

(iv) f ফলনটোৰ লেখটোক তিনি গুণ আনুভূমিক ভাবে সংকুচিত কৰা।

5. Answer any two of the following : $5 \times 2 = 10$
যিকোনো দুটা অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Evaluate any two : $2\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} = 5$

যিকোনো দুটাৰ মান নিৰ্ণয় কৰা :

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^6 + 5} - x^3)$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (1 - \tan x) \sec 2x$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{3x - 6}$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log x}{\cos e cx}$$

(b) If the function f is continuous everywhere, then find the values of the constants k and m . 5

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 5 & , x > 2 \\ m(x+1) + k & , -1 < x \leq 2 \\ 2x^3 + x + 7 & , x \leq -1 \end{cases}$$

f ফলনটো সদায়েই অবিচ্ছিন্ন হ'লে k আৰু m ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 5 & , x > 2 \\ m(x+1) + k & , -1 < x \leq 2 \\ 2x^3 + x + 7 & , x \leq -1 \end{cases}$$

(c) Prove that $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}} = e$. 5

প্রমাণ কৰা যে $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}} = e$.

7/3 (Sem-1) MAT-HG/RC-1 (10)

6. Sketch the level surfaces of $5+5=10$

তলৰ ফলন কেইটাৰ পৃষ্ঠস্তৰ অংকন কৰা :

$$(i) f(x, y) = x^2 - y^2$$

$$(ii) f(x, y) = xy.$$

Or/অথবা

(a) State and prove Leibnitz theorem. 5

লীবনিটজৰ উপপাদ্যটোৰ উক্তি লিখি প্রমাণ কৰা।

(b) If $y = \tan^{-1} x$, then find y_n . 5

$y = \tan^{-1} x$ হ'লে y_n ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

7. If $u = \operatorname{cosec}^{-1} \sqrt{\frac{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3}}}$, then prove that

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\tan u}{12} \left(\frac{\tan^2 u + 13}{12} \right)$$

10

7/3 (Sem-1) MAT-HG/RC-1 (11)

[Turn over

যদি $u = \operatorname{cosec}^{-1} \sqrt{\frac{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3}}}$ চা তেন্তে প্রমাণ কৰা যে

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\tan u}{12} \left(\frac{\tan^2 u + 13}{12} \right)$$

Or/অথবা

State and prove the Mean value theorem. What is its physical interpretation? Verify Mean Value theorem for the function $f(x) = x^2 + 2x - 1$ in the interval $[0, 1]$. $1+4+2+3=10$

মধ্যমান উপপাদ্যটোৰ উক্তি লিখি প্রমাণ কৰা। ইয়াৰ ভৌতিক অৰ্থ কি? $f(x) = x^2 + 2x - 1$ ফলনটোৰ $[0, 1]$ অন্তৰালত উপপাদ্যটোৰ সত্যতা পরীক্ষা কৰা।

MATHEMATICS

(Honours Generic)

Paper : MAT-HG-1026

Full Marks – 80

Time – Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer either in English or in Assamese.

ইংৰাজী অথবা অসমীয়াত উত্তৰ কৰিবা।

1. Answer the following questions: $1 \times 10 = 10$

(i) What is the locus represented by the equation $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$?

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ সমীকৰণটোৱে কি সঞ্চাৰ পথ সূচায়?

(ii) Under what condition will the general equation

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ of the second degree represents a circle ?

কি চৰ্তত $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ সাধাৰণ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৱে এটা বৃত্ত বুজাব ?

(iii) Express the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ in parametric form.

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ পৰাবৃত্তটোক প্ৰাচলিক আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

(iv) Find the eccentricity of the ellipse $x^2 + 3y^2 = a^2$

$x^2 + 3y^2 = a^2$ উপবৃত্তৰ উৎকেন্দ্ৰতা নিৰ্ণয় কৰা।

(v) Define conjugate diameters of a conic.

শাংকৰ এটাৰ সংযুগ্ম ব্যাসৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(vi) Find the distance between the points (2, 3, -1) and (4, -1, 3)

(2, 3, -1) আৰু (4, -1, 3) বিন্দু দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

(vii) If $\vec{a} = (-2, 0, 1)$ and $\vec{b} = (3, 5, -4)$, find $\vec{a} + \vec{b}$.

যদি $\vec{a} = (-2, 0, 1)$ আৰু $\vec{b} = (3, 5, -4)$ হয় তেন্তে, $\vec{a} + \vec{b}$ নিৰ্ণয় কৰা।

(viii) Find the unit vector that has the same direction as $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$.

$\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ৰ দিশত একক ভেক্টৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(ix) Find the terminal point of $\vec{v} = (7, 6)$ if the initial point is (2, -1).

$\vec{v} = (7, 6)$ ৰ প্ৰান্তবিন্দু নিৰ্ণয় কৰা যদি আদি বিন্দু (2, -1) হয়।

(x) What is the value of $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$?

$\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$ ৰ মান কিমান?

2. Answer the following questions : $2 \times 5 = 10$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(i) Find the equation of the parabola whose focus is the point (-1, 1) and directrix is the line $x + y + 1 = 0$.

(-1, 1) নাভিবিন্দু আৰু $x + y + 1 = 0$ ৰেখা নিয়ামিকা হোৱা অধিবৃত্তৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) If the two pair of lines $x^2 - 2pxy - y^2 = 0$ and $x^2 - 2qxy - y^2 = 0$ be such that each pair bisects the angle between the other pair, prove that $pq + 1 = 0$.

যদি $x^2 - 2pxy - y^2 = 0$ আৰু $x^2 - 2qxy - y^2 = 0$ সৰলৰেখা দুযোৰৰ প্ৰতি যোৰেই আনযোৰৰ মাজৰ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডক হয়, প্ৰমাণ কৰা যে $pq + 1 = 0$.

(iii) Find the centre and radius of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 8z + 17 = 0$.

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 8z + 17 = 0$ সমীকৰণৰ গোলকটোৰ কেন্দ্ৰ আৰু ব্যাসার্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

(iv) Find the norm of $\vec{a} = (-2, 3)$, $10\vec{b} = (-20, 30)$, $\vec{c} = (2, 3, 6)$.

$\vec{a} = (-2, 3)$, $10\vec{b} = (-20, 30)$, $\vec{c} = (2, 3, 6)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(v) Find the angle between the vectors

$$\vec{a} = i - 2j + 2k \text{ and } \vec{b} = -3i + 6j + 2k$$

$\vec{a} = i - 2j + 2k$ আৰু $\vec{b} = -3i + 6j + 2k$ ভেক্টৰ দুটাৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা।

3. Answer any four questions : 5×4=20

তলৰ প্ৰশ্নবোৰ যিকোনো চাৰিটাৰ উত্তৰ কৰা :

(a) If by a rotation of the rectangular axes about the origin, the expression $ax^2 + 2hxy + by^2$ changes to $a'x'^2 + 2h'x'y' + b'y'^2$ then prove that $a + b = a' + b'$ and $ab - h^2 = a'b' - h'^2$.

আয়তীয় অক্ষদ্বয়ক মূলবিন্দু সাপেক্ষে ঘূৰালে যদি $ax^2 + 2hxy + by^2$ ৰাশিটো $a'x'^2 + 2h'x'y' + b'y'^2$ লৈ ৰূপান্তৰিত হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $a + b = a' + b'$ আৰু $ab - h^2 = a'b' - h'^2$.

(b) Find the polar equation of the conic in the following form $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$.

তলত দিয়া আকাৰত শাংকৰৰ ধ্ৰুৱীয় সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা : $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$.

(c) By a suitable transformation remove the term containing xy from the equation

$$11x^2 + 4xy + 14y^2 = 5.$$

এটা যথোপযুক্ত ৰূপান্তৰৰ সহায়ত $11x^2 + 4xy + 14y^2 = 5$ সমীকৰণটোৰ পৰা xy পদটো বিলোপ কৰা।

(d) Calculate the scalar triple product $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})$ of the vectors $\vec{u} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$, $\vec{v} = \mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$, $\vec{w} = 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$

$\vec{u} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$, $\vec{v} = \mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$, $\vec{w} = 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$
হ'লে $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(e) If the equation

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ represents a pair of parallel straight lines, show that

$$\frac{a}{h} = \frac{h}{b} = \frac{g}{f}$$

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ সমীকৰণে এযোৰ

সমান্তৰাল সৰলৰেখাক বুজালে দেখুওৱা যে $\frac{a}{h} = \frac{h}{b} = \frac{g}{f}$.

(f) Find the condition that the line $lx + my + n = 0$ is a tangent to the conic

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$lx + my + n = 0$ সৰলৰেখাডাল, $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ শাংকৰ স্পৰ্শক হোৱাৰ চৰ্ত উলিওৱা।

4. Answer any four questions : $10 \times 4 = 40$

তলৰ যিকোনো চাৰিটাৰ উত্তৰ কৰা :

(a) (i) Prove that, $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$.

প্ৰমাণ কৰা যে, $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$.

(ii) Find the parametric equations of the line L passing through the points P(2, 4, -1) and Q(5, 0, 7).

P(2, 4, -1) আৰু Q(5, 0, 7) বিন্দু মাজেৰে যোৱা L ৰেখাডালৰ প্ৰাচলিক সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) (i) Show that the direction cosines of a vector satisfy

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1.$$

দেখুওৱা যে এটা ভেক্টৰৰ দিশাংকই $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ ক সিদ্ধ কৰে।

(ii) Find parametric equations describing the line segment joining the points P(2, 4, -1) and Q(5, 0, 7)

P(2, 4, -1) আৰু Q(5, 0, 7) বিন্দু সংযোগী ৰেখাখণ্ডৰ প্ৰাচলিক সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(c) (i) Reduce the equation :

$x^2+4xy+y^2-2x+2y+6=0$ to the standard form.

$x^2+4xy+y^2-2x+2y+6=0$ সমীকৰণটোৰ মান আকাৰলৈ লঘুকৰণ কৰা।

(ii) Find the pole of the line $lx+my+n=0$ with respect to the parabola $y^2=4ax$.

$y^2=4ax$ অধিবৃত্তৰ সাপেক্ষে $lx+my+n=0$ ৰেখাৰ ধ্ৰুৱ বিন্দু নিৰূপণ কৰা।

(d) (i) Prove that the equation of the chord of contact of tangent drawn from (x_1, y_1)

to the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ is

$$\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1.$$

প্রমাণ কৰা যে $\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$ হ'ল, (x_1, y_1)

বিন্দুৰ পৰা $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তলৈ টনা স্পৰ্শবোৰৰ

ছেদবিন্দুত টনা জ্যাৰ সমীকৰণ।

(ii) Find the equation of the tangent to the conic

$4x^2+3xy+2y^2-3x+5y+7=0$ at the point $(1, -2)$

$(1, -2)$ বিন্দুত $4x^2+3xy+2y^2-3x+5y+7=0$ শাংকবৰ ওপৰত টনা স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(e) (i) Prove that the eccentric angles of the extremities of two conjugate semi-diameters of an ellipse differ by a right angle.

প্রমাণ কৰা যে এটা উপবৃত্তৰ দুডাল অনুবন্ধী অৰ্ধব্যাসৰ প্রান্তবিন্দুৰ উৎকেন্দ্ৰিক কোণৰ পাৰ্থক্য এক সমকোণ।

(ii) If the polars of (x_1, y_1) and (x_2, y_2) with respect to $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ are at right angles,

then show that $b^4x_1x_2 + a^4y_1y_2 = 0$.

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ পৰাবৃত্ত সাপেক্ষে (x_1, y_1) আৰু (x_2, y_2) বিন্দুৰ ধ্ৰুৱীয় ৰেখা দুডাল লম্বমান হ'লে দেখুওৱা যে $b^4x_1x_2 + a^4y_1y_2 = 0$.

(f) (i) Show that the equation

$2x^2+7xy+3y^2+8x+14y+8=0$ represents two straight lines and find the angle between them.

$2x^2+7xy+3y^2+8x+14y+8=0$ সমীকৰণে এযোৰ সৰলৰেখাক নিৰ্দেশ কৰে। বেখা দুডালৰ মাজৰ কোণটো নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) If the line $3x-2y=18$ be a tangent to the circle $x^2+y^2+5x+6y-14=0$ find the point of contact.

যদি $3x-2y=18$ বেখাডাল $x^2+y^2+5x+6y-14=0$ বৃত্তৰ এডাল স্পৰ্শক, স্পৰ্শবিন্দুটো নিৰ্ণয় কৰা।

(g) (a) (i) Show that $x\cos\alpha+y\sin\alpha=p$ is a tangent line to the hyperbola

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \text{ if}$$

$$p^2=a^2\cos^2\alpha-b^2\sin^2\alpha.$$

দেখুওৱা যে $x\cos\alpha+y\sin\alpha=p$ পৰাবৃত্ত

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \text{ ৰ স্পৰ্শক হ'ব যদি}$$

$$p^2=a^2\cos^2\alpha-b^2\sin^2\alpha.$$

(ii) Find the asymptotes of the hyperbola $2x^2-xy-y^2+2x-2y+2=0$

$2x^2-xy-y^2+2x-2y+2=0$ পৰাবৃত্তটোৰ অনন্তস্পৰ্শী বেখাদ্বয় নিৰ্ণয় কৰা।

(b) (i) Find the equation of the pair of tangents drawn from a point (x_1, y_1) not on the conic $ax^2+2hxy+by^2+2gx+2fy+c=0$ to the given conic.

$ax^2+2hxy+by^2+2gx+2fy+c=0$ শাংকৰৰ ওপৰত নথকা (x_1, y_1) বিন্দুৰ পৰা শাংকৰটোলৈ টনা স্পৰ্শকদ্বয়ৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Find the lengths of the semiaxes of the conic $7x^2+52xy-32y^2=180$.

$7x^2+52xy-32y^2=180$ শাংকৰৰ ধ্ৰুৱীয় সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।